ФГАОУ ВО «КФУ им. В.И. Вернадского»

Физико-технический институт (структурное подразделение)

|  |
| --- |
|  |

Кафедра компьютерной инженерии и моделирования

конспект (резюме) лекции №4

**«Аппроксимация и интерполяция»**

по дисциплине «Алгоритмы и методы вычислений»

|  |  |
| --- | --- |
|  | Выполнил:  студент 1 курса  группы ПИ-б-о-241(1) Коробка Илья Леонидович |
|  | Проверил:  Заведующий  кафедрой компьютерной инженерии и моделирования  Милюков В. В. |

Симферополь, 2025

**Введение**

В вычислительной математике важными методами для приближённого представления данных являются интерполяция и аппроксимация.

- **Интерполяция** — это процесс нахождения функции, которая точно проходит через заданные точки.

- **Аппроксимация** — это выбор функции, которая приближённо описывает данные с минимальными ошибками, без необходимости проходить через все точки.

Эти подходы находят широкое применение в таких областях, как анализ данных, машинное обучение, физическое моделирование и инженерные расчёты.

**2. Интерполяция**

**Цель:** Создать функцию (f(x)), которая будет соответствовать всем заданным точкам.

**Основные методы:**

**1. Полиномиальная интерполяция**

- Полином Лагранжа для интерполяции.

- Полином Ньютона, основанный на разделённых разностях.

- Проблема Рунге: Высокие степени полиномов могут вызывать значительные колебания между узлами.

**2. Кубические сплайны**

- Используются для гладкой интерполяции, состоящей из кусочных полиномов третьей степени.

- Обеспечивают непрерывность первой и второй производных.

- Подходят для работы с большим количеством данных.

**3. Тригонометрическая интерполяция (ряд Фурье)**

- Применяется для работы с периодическими данными.

**3. Аппроксимация**

**Цель:** Найти функцию (f(x)), которая минимизирует отклонение от исходных данных, обычно с использованием метода наименьших квадратов.

**Основные методы:**

**1. Линейная регрессия**

- Аппроксимация с помощью прямой линии (y = ax + b).

- Метод наименьших квадратов (МНК) используется для минимизации суммы квадратов отклонений.

**2. Полиномиальная аппроксимация**

- Подбор полинома для минимизации ошибки.

- С увеличением степени может возникнуть переобучение.

**3. Аппроксимация с ортогональными полиномами**

- Используются полиномы Чебышёва, Лежандра и другие для повышения устойчивости.

**4. Сплайн-аппроксимация**

- Создание гладкой функции приближения с использованием кубических или B-сплайнов.

**5. Нелинейная аппроксимация**

- Может включать экспоненциальные, логарифмические и другие сложные модели.

1. **Сравнение интерполяции и аппроксимации**

**Точность:**Интерполяция точно проходит через заданные узловые точки, в то время как аппроксимация стремится минимизировать отклонение от данных, не требуя совпадения с каждой точкой.

**Устойчивость:** Интерполяция может быть чувствительна к шуму, особенно при использовании высокостепенных полиномов, что может вызывать колебания. Аппроксимация более устойчива к шуму, так как фокусируется на общих тенденциях.

**Применение:** Интерполяция подходит для задач, требующих высокой точности (например, CAD-системы), тогда как аппроксимация чаще используется в статистике и машинном обучении для анализа зашумлённых данных.

**5. Заключение**

- Интерполяция полезна, когда требуется точно воспроизвести заданные точки, что особенно актуально в CAD-системах.

- Аппроксимация используется для сглаживания данных, прогнозирования и работы с зашумлёнными измерениями.

- Выбор метода зависит от характера данных, необходимой точности и доступных вычислительных ресурсов.